Тренировочный тест по высшей математике – 2008 (3 семестр, разделы: ТФКП, ОИ, ТП, УМФ)

№	*Задания*	*Варианты ответов*				
		1	**2**	**3**	**4**	**5**
1а	Вычислить $\left(\sqrt{3}-i\right)^{30}$	-2^{30}	2^{30}	2^{15}	-2^{15}	-2^{60}
1б	Решить уравнение $z^5+1+\sqrt{3}i=0$	$\sqrt[5]{2}\,e^{\frac{i}{30}(-5\pi+12\ k\pi)}$, $k=\overline{0,4}$	$\sqrt[5]{2}\,e^{\frac{i}{30}(\pi+12\ k\pi)}$, $k=\overline{0,4}$	$\pm\sqrt[5]{4}$	$\sqrt[5]{2}\,e^{\frac{i}{15}(\pi+6k\pi)}$, $k=\overline{0,4}$	$\sqrt[5]{2}\,e^{\frac{i}{15}(-2\pi+6k\pi)}$, $k=\overline{0,4}$
1в	Вычислить i^{-i}	$e^{2k\pi}$	$e^{\pi+2k\pi}$	$e^{\frac{\pi}{2}+2k\pi}$	$e^{k\pi}$	1
2	У аналитической функции $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ известна мнимая часть $v(x,y)=x-2xy$. Действительная часть $u(x,y)$ может иметь вид	x^2+y^2-x	y^2-x^2	y^2-x^2+y	y^2-x^2-y	x^2-y^2+y
3	Вычислить $\oint\limits_{\lvert z+2-2i\rvert=4}\dfrac{dz}{(z+1)^3(z-2)}$	$-\frac{2\pi i}{27}$	$\frac{2\pi i}{27}$	$\frac{2\pi i}{9}$	$-\frac{2\pi i}{9}$	$\frac{\pi i}{27}$
4а	Найти изображение для оригинала $t\,ch\,7t$	$\frac{14p}{(p^2-49)^2}$	$\frac{p^2+49}{(p^2-49)^2}$	$\frac{1}{p(p^2-49)}$	$\frac{7}{p(p^2-49)}$	$\frac{7}{p^2(p^2-49)}$
4б	Найти изображение свертки функций $sh(t-3)*t^8$	$\frac{8!e^{3p}}{p^9(p^2-1)}$	$\frac{8!e^{-3p}}{p^8(p^2-1)}$	$\frac{8!}{p^9(p^2-1)}$	$\frac{8!e^{3p}}{p^8(p^2-1)}$	$\frac{8!e^{-3p}}{p^9(p^2-1)}$
5	Найти оригинал для изображения $\dfrac{p+6}{p^2+12p+85}$	$\cos(7t-6)$	$e^{6t}\cos 7t$	$e^{-6t}\sin 7t$	$e^{6t}\sin 7t$	$e^{-6t}\cos 7t$
6	Решить дифференциальное уравнение $y''+4y'+4y=5e^{-2t}$, $y(0)=y'(0)=0$	$\frac{5}{2}e^{-2t}$	$\frac{5}{2}t^2e^{-2t}$	$5t^2e^{-2t}$	$\frac{5}{2}(t+2)^2$	$5t^2e^{2t}$
7а	Найти ротор векторного поля $\overline{F}=4x^2\bar{i}+2z^2\bar{j}-5\bar{k}$	$x\bar{i}+6z\bar{k}$	$3y\bar{j}+4x\bar{k}$	$-4z\bar{i}$	$2y\bar{i}+3z\bar{j}-x\bar{k}$	$2x\bar{i}-z\bar{j}$
7б	Выбрать все соленоидальные поля А) $\overline{F}=3y\bar{i}-x\bar{j}+z\bar{k}$; Б) $\overline{F}=z\bar{i}+2x\bar{j}-5y\bar{k}$; В) $\overline{F}=4x\bar{i}-y\bar{j}-3z\bar{k}$	*Б, В*	*А, Б*	*Б*	*А, Б, В*	*В*
7в	Найти $div(gradU)$, если $U(x,y,z)=xz^3+y^2z$	$x-4yz$	$6x+3xz$	$4y+3yz$	$2z+6xz$	$5y-xz$
8а	Найти векторные линии поля $\overline{F}=x^2y^2\bar{i}+x^3\bar{j}$	$3x^2+2y^3=C$	$2x^2-3y^3=C$	$3x^2-2y^3=C$	$3x^3-2y^2=C$	$2x^3+3y^2=C$
8б	Для потенциального векторного поля $\overline{F}=(8x+y)\bar{i}+(x+4y+z)\bar{j}+(y+6z)\bar{k}$ найти потенциал	$4x^2+2y^2+3z^2+xy+yz$	$2x^2+3y^2+4z^2+xy+yz$	$2x^2+3y^2+4z^2-xy-yz$	$4x^2+2y^2+3z^2+2xy+2yz$	$3x^2+4y^2+2z^2+2xy+2yz$

9а	Найти поток векторного поля $\overline{F} = 4\bar{i} - y\bar{j} + 3z\bar{k}$ через полную поверхность конуса $x^2 + y^2 = \frac{z^2}{9}$, $0 \le z \le 3$	6π	4π	8π	π	2π
9б	С помощью формулы Стокса преобразовать криволинейный интеграл $\oint\limits_L 3dx - 2z^2dy + x^2dz$ в поверхностный интеграл 1-го рода по поверхности S, «натянутой» на замкнутый контур L, если известна нормаль к поверхности $\bar{n} = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ А) $\frac{1}{3}\iint\limits_S (2x+z)d\sigma$; Б) $\frac{4}{3}\iint\limits_S (4y-z)d\sigma$; В) $\frac{2}{3}\iint\limits_S (4z-x)d\sigma$; Г) $\frac{2}{3}\iint\limits_S (z-4y)d\sigma$; Д) $\frac{1}{3}\iint\limits_S (2x-y)d\sigma$	Д	В	А	Г	Б
10	Привести к каноническому виду: $u''_{xx} - 6u''_{xy} + 10u''_{yy} + 2u'_x = 0$ А) $u''_{\xi\xi} + u''_{\eta\eta} + 10u'_\xi \pm 2u'_\eta = 0$; Б) $u''_{\xi\xi} + u''_{\eta\eta} + 6u'_\xi \pm 3u'_\eta = 0$; В) $u''_{\xi\xi} + u''_{\eta\eta} + 6u'_\xi \pm 2u'_\eta = 0$; Г) $u''_{\xi\xi} + u''_{\eta\eta} + 3u'_\xi \pm 2u'_\eta = 0$; Д) $u''_{\xi\xi} + u''_{\eta\eta} + 6u'_\xi \pm 10u'_\eta = 0$	Г	В	Д	А	Б
11а	Решить уравнение теплопроводности и найти $u(\frac{1}{3}, 4)$: $u'_t = a^2u''_{xx}$, $x \in [0; l], u(0,t) = u(l,t) = 0$, $u(x,0) = 2\sin\frac{3\pi x}{l}$, $l = 2, a = 1$ А) $2e^{-9\pi^2}$; Б) $6e^{-3\pi^2}$; В) $e^{-9\pi^2}$; Г) $2e^{-3\pi^2}$; Д) $e^{-6\pi^2}$	В	Д	Б	А	Г
11 б	Решить задачу Коши для волнового уравнения и найти $u(1,1)$: $u''_{tt} = a^2u''_{xx}$, $x \in (-\infty, +\infty)$, $u(x,0) = \frac{x}{1+x^2}$, $u'_t(x,0) = 2\sin x$, $a = 1$. А) $1{,}2 - \cos 2$; Б) $1{,}4 + \cos 2$; В) $3{,}2 - \cos 2$; Г) $3{,}2 + 4\cos 2$; Д) $2{,}4 - \cos 2$	В	Б	А	Г	Д
11в	Решить смешанную задачу для волнового уравнения и найти $u(\frac{1}{6}, t)$: $u''_{tt} = a^2u''_{xx}$, $x \in [0; l], u(0,t) = u(l,t) = 0$, $u(x,0) = 0$, $u'_t(x,0) = \frac{1}{4}\sin\frac{3\pi x}{l}$, $l = 1$ А) $\frac{1}{9\pi a}\sin 3\pi at$; Б) $\frac{1}{6\pi a}\cos 3\pi at$; В) $\frac{1}{12\pi a}\cos 3\pi at$; Г) $\frac{1}{6\pi a}\sin 3\pi at$; Д) $\frac{1}{12\pi a}\sin 3\pi at$	Д	А	Б	В	Г
12а	Дано комплексное число $z = \rho e^{i\varphi}$ и $n \in N$. Указать все верные утверждения: А) $Arg(Ln z) = \varphi + 2k\pi, k \in Z$; Б) $\operatorname{Im}(Ln z) = \varphi + 2k\pi, k \in Z$; В) $Arg(\sqrt[n]{z}) = \varphi + 2k\pi, k = \overline{0, n-1}$; Г) $\operatorname{Im}(\sqrt[n]{z}) = \frac{\varphi + 2k\pi}{n}$, $k = \overline{0, n-1}$; Д) $Arg(\sqrt[n]{z}) = \frac{\varphi + 2k\pi}{n}$, $k = \overline{0, n-1}$.	Б,Д	А,Д	Б,В	А,Г	Б,Г

12б	Пусть $f(z)=\dfrac{\varphi(z)}{\psi(z)}$ и $z=a$ – простой корень знаменателя $\psi(z)$ (нуль первого порядка), причем $\varphi(a)\neq 0$. Тогда вычет $f(z)$ относительно точки a можно найти по формуле (указать все варианты): А) $\dfrac{\varphi'(a)}{\psi(a)}$; Б) $\lim\limits_{z\to a}\dfrac{\varphi(z)(z-a)}{\psi(z)}$; В) $\dfrac{\varphi(a)}{\psi'(a)}$; Г) $\lim\limits_{z\to a}\dfrac{\varphi(z)}{\psi(z)}$; Д) $\lim\limits_{z\to a}\dfrac{\varphi'(z)(z-a)}{\psi(z)}$.	В,Д	А,Б	В	Б	Б,В
13а	Для преобразования Лапласа ($F(p)=\int\limits_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$) указать все <u>неверные</u> соотношения: А) $t^n f(t)\risingdotseq(-1)^n F^{(n)}(p)$; Б) $\dfrac{f(t)}{t}\risingdotseq\int\limits_0^p F(p)dp$; В) $\int\limits_t^\infty f(t)dt\risingdotseq\dfrac{F(p)}{p}$; Г) $\dfrac{1}{\alpha}f\left(\dfrac{t}{\alpha}\right)\risingdotseq F(\alpha p)$; Д) $f(t)*g(t)\risingdotseq\int\limits_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	Б,В	А,Б,В,Г	все вер-ные	Б,В,Д	А,Г
13б	Для дискретного преобразования Лапласа указать все верные соотношения: А) $f(n)=\dfrac{1}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\pi}^{\sigma+i\pi}F(p)e^{-pn}dp$; Б) $f(n)=\dfrac{1}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\pi}^{\sigma+i\pi}F(p)e^{pn}dp$; В) $f(n)=\dfrac{1}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\pi}^{\sigma+i\pi}F(p)e^{p(n-1)}dp$; Г) $f(n)=\sum\limits_k \underset{a_k}{res}(F(p)e^{p(n-1)})$; Д) $f(n)=\sum\limits_k \underset{a_k}{res}(F(p)e^{pn})$.	Б,Д	Б,Г	А,Г	В,Г	В,Д
14	Пусть *П* – поток, *Ц* – циркуляция векторного поля . Указать все верные утверждения: А) $П=\iint\limits_\Sigma \overline{F}d\sigma$; Б) $П=\iint\limits_\Sigma \overline{F}\cdot\overline{d\sigma}$; В) $Ц=\int\limits_L \overline{F}\cdot\overline{dl}$; Г) $Ц=\oint\limits_L \overline{F}\cdot\overline{dl}$; Д) $Ц=\iint\limits_\Sigma rot\overline{F}\cdot\overline{n}d\sigma$	Б,Г,Д	А,Г,Д	В,Г	Б,В,Д	Б,Г
15	Найдите все верные утверждения: А) уравнение $a_{11}\cdot u''_{xx}+2\cdot a_{12}\cdot u''_{xy}+a_{22}\cdot u''_{yy}+b_1\cdot u'_x+b_2\cdot u'_y+u=f$ относится к гиперболическому типу, если $a_{12}^2-a_{11}\cdot a_{22}=0$; Б) Уравнение $u''_{\xi\xi}-u''_{\eta\eta}+u=0$ записано в каноническом виде; В) Уравнение $u''_{tt}=a^2\cdot u''_{xx}$ является уравнением теплопроводности; Г) Решение задачи Коши для волнового уравнения дает формула Даламбера.	А,В,Г	Б,Г	А,Г	В,Г	А,Б,В

Ответы

№ задания	**1а**	**1б**	**1в**	**2**	**3**	**4а**	**4б**	**5**	**6**	**7а**	**7б**	**7в**	**8а**	**8б**	**9а**	**9б**	**10**	**11а**	**11б**	**11в**	**12а**	**12б**	**13а**	**13б**	**14**	**15**
Ответ	**1**	**5**	**3**	**4**	**1**	**2**	**5**	**5**	**2**	**3**	**1**	**4**	**3**	**1**	**5**	**2**	**2**	**4**	**3**	**1**	**1**	**5**	**4**	**2**	**1**	**2**