

## Типовой расчёт по информатике №2 «Методы приближённых вычислений»

### Задание 1. Вычисление значения функции с учётом погрешностей

Вычислить значение функции  $z = f(x, y)$ , и оценить абсолютную и относительную погрешности вычисления, если аргументы функции  $x$  и  $y$  являются приближёнными числами с заданными абсолютными погрешностями  $\Delta_x$  и  $\Delta_y$ . Верные значащие цифры определить в строгом смысле.

Вариант	$z = f(x, y)$	$x$	$y$	$\Delta_x$	$\Delta_y$
0	$z = \sin xy$	-0,00819	0,00232	0,00005	0,00005
1	$z = \cos \frac{x}{y}$	-30,9	5,82	0,5	0,04
2	$z = \tan xy$	-0,095	0,0145	0,003	0,0005
3	$z = \operatorname{ctg} \frac{y}{x}$	-0,543	-0,845	0,003	0,001
4	$z = (xy)^2$	0,57	-0,318	0,004	0,004
5	$z = \sqrt{xy}$	0,0385	0,0999	0,0003	0,0002
6	$z = e^{-xy}$	-0,625	-0,086	0,004	0,003
7	$z = \ln xy$	7,24	3,56	0,02	0,04
8	$z = \sqrt{x} \sin y$	5	0,00732	0,4	0,00002
9	$z = y^2 \cos x$	-0,839	0,0633	0,004	0,0001

### Задание 2. Приближённые методы решения нелинейных уравнений

Найти отрезки изоляции корней нелинейных уравнений.

С точностью 0,0001 вычислить корни нелинейных уравнений, используя

- 1) метод деления отрезка пополам;
- 2) метод хорд;
- 3) метод касательных (Ньютона);
- 4) метод простой итерации.

Проверить найденные решения с помощью надстройки MS Excel Поиск решения.

Вариант	Первое уравнение	Второе уравнение
0	$2x^3 - 3x^2 - 12x - 5 = 0$	$x^2 + e^x = 2$
1	$x^3 + 3x^2 - 24x - 10 = 0$	$3 \sin(x + 0,7) - 0,5x = 0$
2	$x^3 - 3x^2 + 3 = 0$	$x \ln(x + 1) = 1$
3	$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$	$\cos x - (x - 1)^2 = 0$
4	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0$	$\ln(x + 1) - (x - 2)^2 = 0$
5	$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$	$5 \sin x = x$
6	$x^3 - 3x^2 - 24x - 3 = 0$	$2 \ln x - 0,5x + 1 = 0$
7	$x^3 - 12x + 6 = 0$	$x^2 + \cos(2 + x) = 1$
8	$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$	$(x - 2) \ln x = 1$
9	$2x^3 - 3x^2 - 12x - 9 = 0$	$\sin(x - 0,5) - 2x + 0,5 = 0$

### Задание 3. Точные и приближённые методы решения систем линейных уравнений

С точностью 0,0001 найти решение системы линейных уравнений третьего порядка  $AX = B$ , используя

- 1) метод Якоби (простой итерации);
- 2) метод Зейделя.

Результаты проверить, решив систему линейных уравнений  $AX = B$

- 1) методом Гаусса;
- 2) с помощью обратной матрицы в MS Excel.

Вариант	A			B
0	2,6	3	2,9	-0,8
	-0,8	2	0,4	-0,4
	0,9	0,1	1,7	0,4
1	1,3	-0,7	-0,6	0,1
	1,4	0,7	0,9	1,1
	-0,7	-0,9	2,3	0,7
2	0,9	-0,3	-0,6	0
	-0,1	0,6	0,2	0,4
	0,4	-0,5	1	0,6
3	-0,7	2,9	2,1	0,6
	-0,5	1,8	0,5	0,2
	-0,8	0,6	1,6	-0,4
4	0,7	0,2	-0,3	0,6
	1,6	2,7	0,3	1,4
	0,7	0,5	1,5	0,2
5	1,9	-0,8	-0,3	-0,1
	0,5	1,6	0,6	0,4
	1,5	1,5	2,4	-0,3
6	1,4	-0,2	0,7	-0,7
	-0,7	1	-0,1	0,3
	0,3	-0,4	1,5	-0,2
7	0,9	0,8	0,1	-0,4
	1,7	2,7	1,3	-0,4
	0,1	-0,1	0,8	0,1
8	0,8	0,3	0,4	0,4
	-0,6	1,8	-0,8	0,9
	1,1	1,6	1,5	0,8
9	1,6	-0,5	0,7	-0,8
	3,2	0,6	2,1	-0,8
	0,7	-0,7	2	-0,4

## Задание 4. Интерполирование математических таблиц

4.1. Функция  $y = f(x)$  задана таблично. Вычислить приближённое значение  $y^* = f(x^*)$ , используя интерполяцию каноническим многочленом.

Вариант	$x$	1	2	3	4	5	6	7	$x^*$
0	$y$	0,1	2,8	2,3	4,5	5,3	6,5	7,6	6,3
1	$y$	0,1	2,8	2,3	4,5	5,3	6,5	7,6	4,6
2	$y$	-1	5,3	8,4	11	21	49	40	3,9
3	$y$	1,3	4,4	16	25	114,9	181	457	4,4
4	$y$	0,5	1	6,3	14	21,2	29	37,7	4,9
5	$y$	1,8	2	3,9	5	4,2	5,1	6,2	6,7
6	$y$	1,8	2	3,9	5	4,2	5,1	6,2	4,9
7	$y$	-1	3,6	14	22	18	32	39	1,8
8	$y$	2,1	6,2	13	25	117,5	240	529	1,5
9	$y$	0,9	3,5	7,6	11	17	26	36,3	4,7

Коэффициенты полученного канонического многочлена проверить, построив полиномиальный тренд по заданным точкам, указав его уравнение на диаграмме в MS Excel.

4.2. Дана таблица значений функции  $y = f(x)$  с верными цифрами. Вычислить приближённое значение  $y^* = f(x^*)$ , используя

- 1) интерполяционный многочлен Лагранжа;
- 2) интерполяционный многочлен Ньютона;
- 3) линейное интерполирование.

Определить абсолютную погрешность вычисления и верные значащие цифры.

Вариант	Функция	Интерполяция по Лагранжу			Интерполяция по Ньютону и линейная интерполяция			$x^*$		
		$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$			
0	$y = \ln x$	$x$	0,7	1,2	1,7	$x$	0,7	1,2	1,7	1,45
		$y$	-0,3567	0,1823	0,5306	$y$	-0,3567	0,1823	0,5306	
1	$y = e^x$	$x$	0,4	1,3	2	$x$	0,4	1,2	2	0,85
		$y$	1,4918	3,6693	7,3891	$y$	1,4918	3,3201	7,3891	
2	$y = \sin x$	$x$	0,9	1	1,1	$x$	0,9	1	1,1	1,05
		$y$	0,7833	0,8415	0,8912	$y$	0,7833	0,8415	0,8912	
3	$y = \cos x$	$x$	0,5	0,8	1,7	$x$	0,5	1,1	1,7	0,65
		$y$	0,8776	0,6967	-0,1288	$y$	0,8776	0,4536	-0,1288	
4	$y = \lg x$	$x$	0,2	0,5	1,3	$x$	0,2	0,75	1,3	0,9
		$y$	-0,6990	-0,3010	0,1139	$y$	-0,6990	-0,1249	0,1139	
5	$y = 10^x$	$x$	0,4	0,8	1,5	$x$	0,4	0,95	1,5	0,6
		$y$	2,5119	6,3096	31,6228	$y$	2,5119	8,9125	31,6228	
6	$y = \operatorname{sh} x$	$x$	0,5	0,6	1	$x$	0,5	0,75	1	0,8
		$y$	0,5211	0,6367	1,1752	$y$	0,5211	0,8223	1,1752	
7	$y = \operatorname{ch} x$	$x$	0,4	0,9	1	$x$	0,4	0,7	1	0,65
		$y$	1,0811	1,4331	1,5431	$y$	1,0811	1,2552	1,5431	
8	$y = \log_2 x$	$x$	0,4	0,6	1,6	$x$	0,4	1	1,6	1,1
		$y$	-1,3219	-0,7370	0,6781	$y$	-1,3219	0,0000	0,6781	
9	$y = 2^x$	$x$	0,2	1,2	1,3	$x$	0,2	0,75	1,3	0,7
		$y$	1,1487	2,2974	2,4623	$y$	1,1487	1,6818	2,4623	

### Задание 5. Приближение табличных функций по методу наименьших квадратов

Найти функцию, являющуюся наилучшим приближением к данной табличной функции по методу наименьших квадратов.

Для исследования в MS Excel использовать

- 1) линейную функцию;
- 2) полиномиальную функцию 2-й степени;
- 3) экспоненциальную функцию;
- 4) логарифмическую функцию;
- 5) степенную функцию.

Выбрав наиболее подходящую зависимость, найти прогнозное значение  $y(8)$ .

Вариант	x	1	2	3	4	5	6	7
0	y	0,1	2,8	2,3	4,5	5,3	6,5	7,6
1	y	0,1	2,8	2,3	4,5	5,3	6,5	7,6
2	y	-1	5,3	8,4	11	21	49	40
3	y	1,3	4,4	16	25	114,9	181	457
4	y	0,5	1	6,3	14	21,2	29	37,7
5	y	1,8	2	3,9	5	4,2	5,1	6,2
6	y	1,8	2	3,9	5	4,2	5,1	6,2
7	y	-1	3,6	14	22	18	32	39
8	y	2,1	6,2	13	25	117,5	240	529
9	y	0,9	3,5	7,6	11	17	26	36,3

### Задание 6. Приближённое вычисление определённых интегралов

С точностью 0,001 вычислить приближённое значение определённого интеграла, используя

- 1) метод прямоугольников;
- 2) метод трапеций;
- 3) метод Симпсона.

Вариант	Функция	Вариант	Функция
0	$\int_{-1}^1 (3x + \cos x) dx$	5	$\int_0^{1,5} (1 + x + x^4) dx$
1	$\int_0^{\pi} (\sin x + x^2) dx$	6	$\int_0^{\pi/2} \cos(1 - 2x) dx$
2	$\int_{-1}^1 (x - e^{2x}) dx$	7	$\int_0^2 \sin(x + 1) dx$
3	$\int_0^2 \ln(2x + 3) dx$	8	$\int_{-1}^2 e^{x/2} dx$
4	$\int_0^2 \sqrt{1 + x} dx$	9	$\int_2^5 \ln(3x - 4) dx$

### Задание 7. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера

Методом Эйлера найти численное решение задачи Коши для уравнения первого порядка  $y' = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ , на заданном отрезке  $[a; b]$  с шагом  $h = 0,1$ . Построить ломаную Эйлера.

Вариант	Уравнение	$x_0$	$y_0$	$[a; b]$
0	$y' = x + y$	0	0,8	[0;1]
1	$y' = x + \cos y$	1,8	2	[1,8;2,8]
2	$y' = e^x + y$	0	1,2	[0;1]
3	$y' = xy + \sin x$	0	2	[0;1]
4	$y' = x + 3 \sin \frac{y}{3}$	1,6	2	[1,6;2,6]
5	$y' = e^{x+y}$	0	-1	[0;1]
6	$y' = xy + e^x$	-1	0,5	[-1;0]
7	$y' = x + y^2$	-2	0	[-2;-1]
8	$y' = \sin(x - y)$	1	3	[1;2]
9	$y' = \cos(x + y)$	2	0	[2;3]