

**Задача Коши
для ОДУ 1-го порядка**

Определение

Общее решение ОДУ 1-го порядка

(общий интеграл)

$$y = \varphi(x, C):$$

1) $y' = f(x, \varphi(x, C))$ – тождество

2) $\exists c_0 : y' = f(x, \varphi(x, c_0)), \varphi(x_0, c_0) = y_0$

Семейство интегральных кривых

Определение

Частное решение ОДУ 1-го порядка

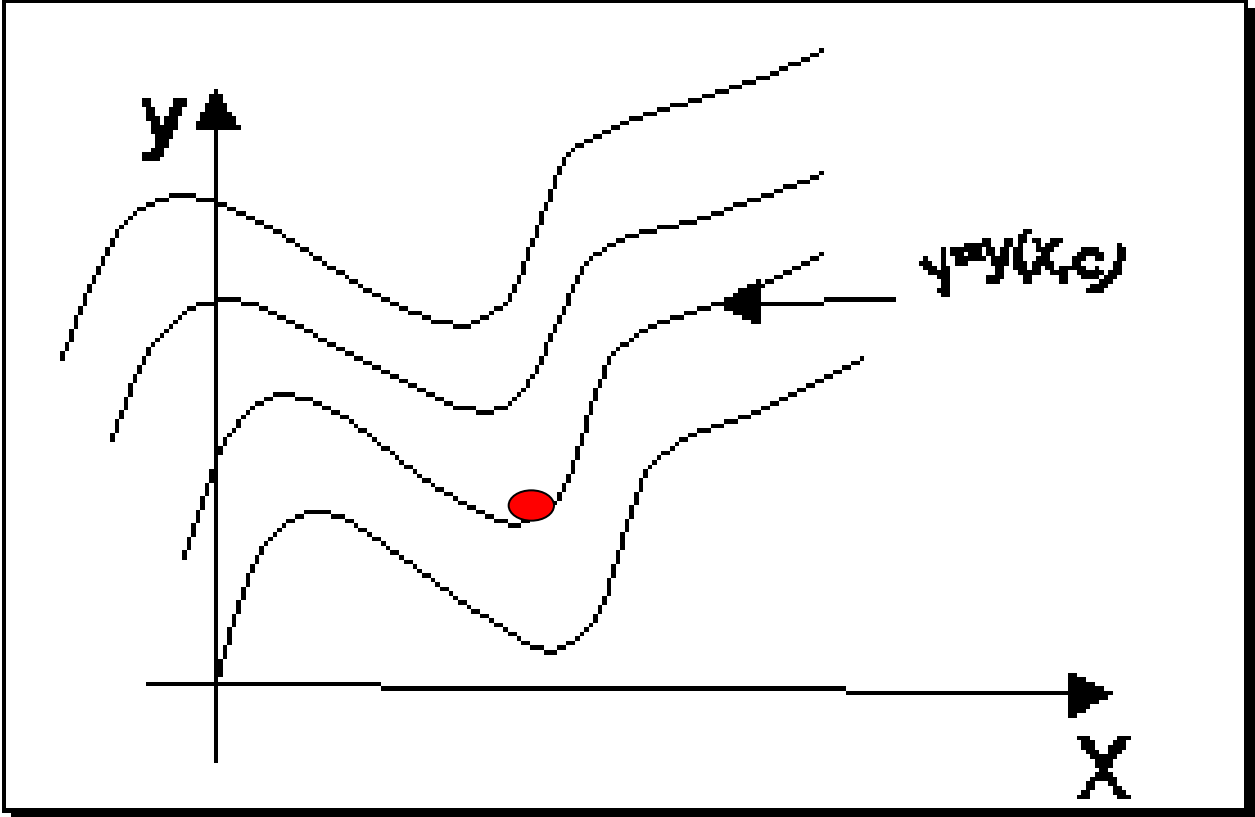
(частный интеграл)

$$y = \varphi(x, c_0):$$

$$1) y' = f(x, \varphi(x, c_0)) \text{ — тождество}$$

$$2) \varphi(x_0, c_0) = y_0$$

Одна кривая, проходящая через точку (x_0, y_0)



Определение

Задача Коши

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

ДУ + нач условие

Теорема Единственность и существование решения задачи Коши

$$(x_0, y_0) \in D, f(x, y), \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \in C(D) \Rightarrow$$

∃! решение задачи Коши

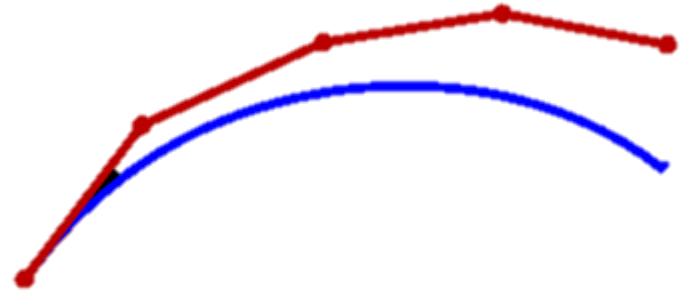
**Метод Эйлера
приближённого решения
неоднородных ЛДУ 1-го
порядка**

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

$$[x_0; b)$$

$$x_{i+1} = x_i + h$$

$$(x_i, y_i) \in \varphi(x, c_0)$$



Ряд Тейлора

$$y(x) = y(x_0) + \frac{y'(x_0)}{1!} (x - x_0) + \frac{y''(x_0)}{2!} (x - x_0)^2 + \dots + \frac{y^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n + \frac{y^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1}$$

$$\xi = x_0 + \theta(x - x_0), \quad 0 < \theta < 1$$

$$x = x_0 + h$$

$$y(x_0 + h) = y(x_0) + y'(x_0)h + \frac{y^{(2)}(\xi)}{2!}h^2$$

$$\xi = x_0 + \theta(h), \quad 0 < \theta < 1$$

$$y(x_0 + h) \approx y(x_0) + y'(x_0) \cdot h$$

$$y_1 \approx y_0 + f(x_0, y_0) \cdot h$$

$$y_2 \approx y_1 + f(x_1, y_1) \cdot h$$

...

$$y_{i+1} \approx y_i + f(x_i, y_i) \cdot h$$

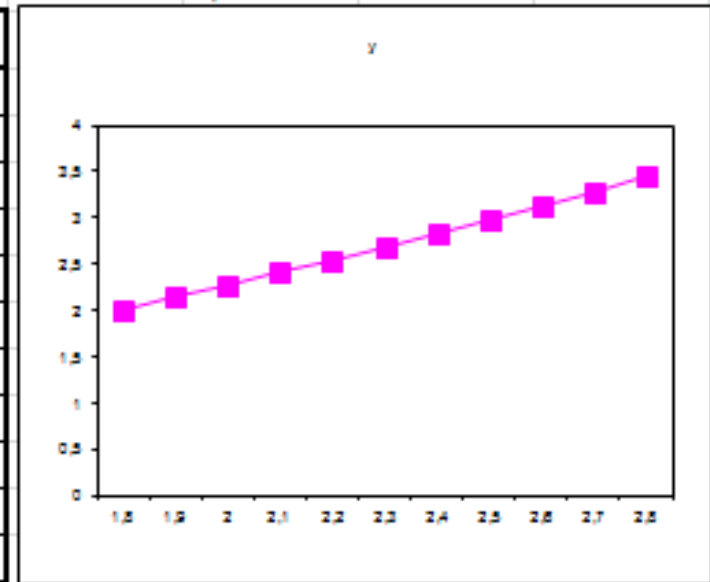
...

$$\left. \begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + h \\ y_{i+1} &\approx y_i + f(x_i, y_i) \cdot h \end{aligned} \right\}$$

формулы метода Эйлера

Задача из Типового расчёта №2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Применив метод Эйлера, численно решить дифференциальное уравнение $y' = x + \cos y$								
2	с начальным условием $y(1,8) = 2$								
3	на отрезке $[0;1]$		с шагом $h = 0,1$						
4	n	x	y	$f(x,y)$	$hf(x,y)$				
5	0	1,8	2	1,383853	0,138385				
6	1	1,9	2,138385	1,362399	0,13624				
7	2	2	2,274625	1,352859	0,135286				
8	3	2,1	2,409911	1,355948	0,135595				
9	4	2,2	2,545506	1,372461	0,137246				
10	5	2,3	2,682752	1,403433	0,140343				
11	6	2,4	2,823095	1,450293	0,145029				
12	7	2,5	2,968125	1,515008	0,151501				
13	8	2,6	3,119625	1,600241	0,160024				
14	9	2,7	3,27965	1,709515	0,170951				
15	10	2,8	3,450601	1,847364	0,184736				
16									



Задача из Типового расчёта №2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Применив метод Эйлера, численно решить дифференциальное уравнение $y' = x + \cos y$								
2	с начальным условием			$y(1,8) = 2$					
3	на отрезке $[0,1]$		с шагом			$h = 0,1$			
4	<i>n</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>f(x,y)</i>	<i>hf(x,y)</i>				
5	0	1,8	2	=B5+COS(C5)	=D5*\$G\$3				
6	=A5+1	=B5+\$G\$3	=C5+E5						
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

