

Задание 1

Вычислить значение функции $z = f(x, y)$, и оценить абсолютную и относительную погрешности вычисления, если аргументы функции x и y являются приближёнными числами с заданными абсолютными погрешностями Δ_x и Δ_y . Верные значащие цифры определить в строгом смысле. (3 балла).

- Вычисление абсолютной погрешности: +2 балла.
- Округление значения функции до верных значащих цифр: +0,5 балла.
- Вычисление относительной погрешности: +0,5 балла.

Дано

$$f(x, y) = x^2 + \sin y; \quad x = -0,68, \quad \Delta_x = 0,004; \quad y = 1,134, \quad \Delta_y = 0,0003.$$

Решение

1. Вычисление абсолютной погрешности.

$$\Delta_z = |f'_x(x, y)| \cdot \Delta_x + |f'_y(x, y)| \cdot \Delta_y.$$

$$f'_x(x, y) = 2x, \quad f'_y(x, y) = \cos y.$$

$$f'_x(-0,68; 1,134) = 2 \cdot (-0,68) = -1,36, \quad f'_y(-0,68; 1,134) = \cos 1,134 \approx 0,423038756.$$

$$\Delta_z = |-1,36| \cdot 0,004 + |0,423038756| \cdot 0,0003 = 0,005567 \approx 0,006.$$

Абсолютная погрешность округляется до одной значащей цифры. Округление выполняется с избытком!!! (т.е. $0,0023 \approx 0,003$). Поскольку последняя значащая цифра в записи абсолютной погрешности ≥ 5 , верные цифры в строго смысле при вычислении значения функции могут быть только в разряде до десятых долей включительно. Разряд сотых долей «портится» в данном случае цифрой 6.

2. Вычисление значения функции в точке (x, y) и округление с учётом абсолютной погрешности до верных значащих цифр.

Чтобы погрешность не испортила разряды до десятых долей, значение функции в точке (x, y) подсчитывается с двумя цифрами после запятой:

$$z = f(x, y) = (-0,68)^2 + \sin 1,134 \approx 0,4624 + 0,906112 = 1,368512 \approx 1,37.$$

3. Вычисление относительной погрешности.

$$\delta_z = \frac{\Delta_z}{|z|} = \frac{0,006}{1,37} = 0,004 = 0,4\%$$

Теоретические сведения и практические задания по элементам теории погрешностей представлены здесь:

http://z0081.narod.ru/Priblij_metody/ehlementy_teorii_pogreshnostej.pdf

Ответ $z^* = 1,37 \pm 0,006$

Задание 2

Уточнить до 0,01 корень нелинейного уравнения $f(x)=0$ на заданном отрезке изоляции (т.е. отрезок будет уже готовый!), используя один из методов (7 баллов):

- 1) метод деления отрезка пополам;
- 2) метод хорд;
- 3) метод касательных (Ньютона);
- 4) метод простой итерации.

Проверить найденное решение с помощью надстройки MS Excel Поиск решения. (2 балла).

- Вычисление по любому известному Вам методу: 3 балла.
- Вычисление по требуемому методу: 6 баллов.
- Вычисление с заданной точностью: 1 балл.
- Выполнение кода MS VBA по требуемому методу: 10 баллов.

Решение

Решение представлено в методической разработке

http://z0081.narod.ru/Priblij_metody/priblizhjonnye_metody_reshenija_nelinejnykh_uravne.pdf.