

Задание 1. Передаётся сообщение из n букв языка мощности $m = 5$. Определить:

1. количество информации в сообщении при условии, что взаимосвязь частот появления букв в этом сообщении учитывается (1 балл):

№ буквы (i)	1	2	3	4	5
Частота $p(i)$	0,1	0,3	0,1	0,2	0,3

2. количество информации в сообщении при условии, что взаимосвязь частот появления букв в этом сообщении не учитывается (1 балл);

3. информационный объём сообщения (1 балл).

Решение

Количество информации в сообщении определяется по формуле

$$Q = n \cdot I,$$

где n – длина сообщения (количество букв в сообщении);

I – среднее количество информации в одной букве алфавита.

Если взаимосвязь частот появления букв в сообщении учитывается, то I определяется по формуле Шеннона $I = -\sum_{i=1}^m p_i \cdot \log_2 p_i$, где p_i –

частота (или вероятность) появления буквы, $\sum_{i=1}^n p_i = 1$.

Если взаимосвязь частот появления букв в сообщении не учитывается, то I определяется по формуле Хартли $I_H = \log_2 m$, где m – мощность алфавита.

Информационный объём сообщения (объём информации в сообщении) определяется по формуле

$$V = n \cdot I_{\max}$$

и является максимальным количеством информации при передаче сообщения. Максимальное количество информации в одной букве алфавита является максимальным приближением количества информации в одной букве алфавита, найденного по формуле Хартли:

$$I_H = 0 \Rightarrow I_{\max} = I_H; \quad I_H \neq 0 \Rightarrow I_{\max} = I_H + 1.$$

1. взаимосвязь частот появления букв в сообщении учитывается.

№ буквы (i)	Частота p(i)	p(i)*log ₂ p(i)
1	0,1	-0,33219
2	0,3	-0,52109
3	0,1	-0,33219
4	0,2	-0,46439
5	0,3	-0,52109
Σ	1	-2,17095

$$I = -\sum_{i=1}^m p_i \cdot \log_2 p_i = 2,17095 \text{ бит.}$$

$$Q = n \cdot I = 2,17095 \cdot n \text{ бит.}$$

2. взаимосвязь частот появления букв в сообщении не учитывается.

$$Q = n \cdot I_H.$$

$$I_H = \log_2 m.$$

$$I_H = \log_2 5 = 2,321928 \text{ бит.}$$

$$Q = n \cdot I_H = 2,321928 \cdot n \text{ бит.}$$

Информационный объём сообщения:

$$V = n \cdot I_{\max}.$$

$$I_{\max} = 2,321928 + 1 = 2 + 1 = 3.$$

$$V = n \cdot I_{\max} = 3 \cdot n \text{ бит.}$$

Ответ

1. $Q = n \cdot I = 2,17095 \cdot n$ бит.
2. $Q = n \cdot I_H = 2,321928 \cdot n$ бит.
3. $V = n \cdot I_{\max} = 3 \cdot n$ бит.

Задание 2. Даны два числа $A = 1011_2$ и $B = 1001_2$. Найти

1. $(A+B)_2$ (1 балл)
2. $(A*B)_2$ (1 балл)
3. $(A+B)_{10}$ (0,5 балла)
4. $(A*B)_{10}$ (0,5 балла)

Решение

1. Таблица сложения двоичных чисел и перенос единицы в старший разряд <http://math.semestr.ru/inf/operation.php>:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

$$\begin{array}{r}
 + \quad 1\ 0\ 1\ 1 \\
 \quad 1\ 0\ 0\ 1 \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

2. Таблица умножения двоичных чисел <http://math.semestr.ru/inf/multiplication.php>

*	0	1
0	0	0
1	0	1

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 1\ 0\ 1\ 1 \\
 \quad 1\ 0\ 0\ 1 \\
 \hline
 \quad 1\ 0\ 1\ 1 \\
 \quad 0\ 0\ 0\ 0 \\
 \quad 0\ 0\ 0\ 0 \\
 + \quad 1\ 0\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1
 \end{array}$$

3. $(A+B)_2 = 10100_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 20_{10}$

Разряд	Число	Степени двойки	Произведение
4	1	16	16
3	0	8	0
2	1	4	4
1	0	2	0
0	0	1	0
			20

$(A \cdot B)_2 = 1100011_2 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 99_{10}$

Разряд	Число	Степени двойки	Произведение
6	1	64	64
5	1	32	32
4	0	16	0
3	0	8	0
2	0	4	0
1	1	2	2
0	1	1	1
			99

Задание 3. Построить таблицу истинности для формулы $B \vee \bar{A} \leftrightarrow \bar{B} \& A$ (1 балл).

Решение:

A	B	\bar{A}	\bar{B}	$B \vee \bar{A}$	$\bar{B} \& A$	$(B \vee \bar{A}) \leftrightarrow (\bar{B} \& A)$
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0

В решении использовались таблицы истинности логических операций.

Таблицы истинности логических операций

Логическое «НЕ» (инверсия)

A	\bar{A}
0	1
1	0

Логическое «И» (конъюнкция)

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическое «ИЛИ» (дизъюнкция)

A	B	A∨B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логическое следование («импликация»)

A	B	A→B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логическое равенство («эквиваленция»)

A	B	A↔B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Приоритет логических операций:

1. Отрицание
2. Конъюнкция
3. Дизъюнкция
4. Импликация
5. Эквиваленция

Задание 4. Используя адрес 110.157.233.184/12, определить:

- 4.1. Класс сети (0,5 балла).
- 4.2. Маску сети в явном виде(0,5 балла).
- 4.3. IP-адрес сети с данной маской(1 балл).
- 4.4. IP-адрес широковещательной рассылки в данной сети (Broadcast)(1 балл).
- 4.5. Количество хостов сети Host ID. Минимальный и максимальный адреса Host ID(1 балл).

Решение:

4.1. Согласно приведённой таблице, т.к. первый байт (октет) равен 110, это сеть класса А:

Класс	Первые биты	Первый октет	Число сетей	Число узлов в сети
A	0	1 – 127	126	16.777.214 ($2^{24}-2$)
B	10	128 – 191	16.384	65.534 ($2^{16}-2$)
C	110	192 – 223	2.097.152	254 (2^8-2)

4.2. Определение маски сети в явном виде: /12 — это 12 единичных бит слева направо: **11111111.11110000.00000000.00000000** или в десятичном виде 255.240.0.0.

4.3. Чтобы получить IP-адрес сети с данной маской, необходимо выполнить операцию битовой конъюнкции (логического «И») между IP-адресом и маской сети. Так как результат логического «И/ИЛИ» байтового значения с 0 и 255 очевиден, то необходимо получить представление в двоичном виде лишь второго байта IP-адреса.

Тогда:

$$\begin{array}{r}
 110. \mathbf{10011101}. 233. 184 \\
 255. \mathbf{11110000}. 0. 0 \\
 \hline
 110. \mathbf{10010000}. 0. 0
 \end{array}
 \} \text{И (\&)} = 110. 144. 0. 0 \text{ — IP-адрес сети.}$$

Подробно, с переводом всех октетов в двоичный код:

Octet	w	x	y	z
IP bin	01101110.	10011101.	11101001.	10111000
Maskbin	11111111.	11110000.	00000000.	00000000
IP Adress bin = (IP bin)& (Mask bin)	01101110.	10010000.	00000000.	00000000
IP Adress dec	110.	144.	0.	0

4.4. Чтобы получить адрес широковещательной рассылки в сети, необходимо выполнить операцию битовой дизъюнкции (логического «ИЛИ») между IP-адресом и инверсией маски сети.

Инверсия маски сети:

00000000.00001111.11111111.11111111 или в десятичном коде 0.15.255.255

Тогда:

$$\begin{array}{r}
 110. \quad \mathbf{10011101.} \quad 233. \quad 184 \\
 0. \quad \mathbf{00001111.} \quad 255. \quad 255 \\
 \hline
 110. \quad \mathbf{10011111.} \quad 255. \quad 255
 \end{array}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ИЛИ } (\vee)$$

= 110. 159. 255. 255 —
 IP-адрес широковещательной рассылки в сети.

Подробно, с переводом всех октетов в двоичный код:

Octet	w	x	y	z
IP bin	01101110.	10011101.	11101001.	10111000
Maskbin	00000000.	00001111.	11111111.	11111111
Broadcast bin = (IP bin)∨ (Mask bin)	01101110.	10011111.	11111111.	11111111
Broadcast dec	110.	159.	255.	255

4.5. Для быстрого подсчёта количество хостов, доступных в сети, Host ID, можно использовать формулу $2^n - 2$, где n – количество битов, оставшихся для Host ID, т.е. количество нулей в маске. «Минус два» представляет собой удаление адреса сети и адреса Broadcast.

Количество нулей в маске /12 определяется как разность $32 - 12 = 20$. Тогда число доступных Host ID равно:

$$2^{20} - 2 = 1048576 - 2 = 1048574.$$

Минимальный Host ID: 110.144.0.1

Максимальный Host ID: 110.144.255.254

КАК ЛЕГЧЕ СЧИТАТЬ

Операции побитовой конъюнкции и дизъюнкции легче выполнять, используя следующие правила:

255 * байт = байт

0 * байт = 0

255 + байт = 255

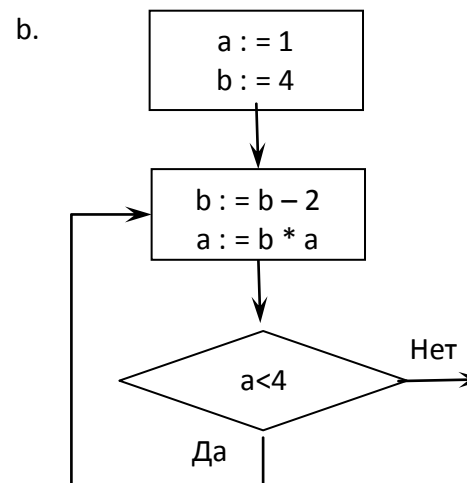
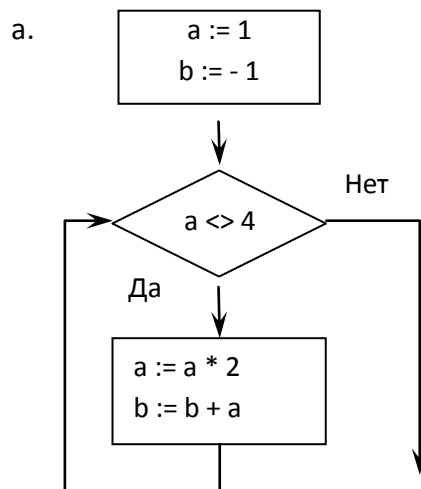
0 + байт = байт

«*» - обозначение конъюнкции (&)

«+» - обозначение дизъюнкции (∨)

Задание 5.

1. Выполнив трассировку, указать значение переменной b после выполнения фрагмента алгоритма (1 балл)



Один из вариантов (или a, или b)

2. По данной блок-схеме составить макрос VBA MS Excel (2 балла).

Решение

Трассировочные таблицы:

a.	a	b	a <> 4	b.	a	b	a < 4
	1	-1	yes		1	4	
	2	1	yes		2	2	yes
	4	5	no		4	0	no

Фрагменты алгоритмов представляют собой циклы с предусловием (a.) и постусловием (b.). Для их реализации предусмотрены конструкции

- **Цикл с предусловием (a.)**

Пока условие истинно, цикл выполняется:

Do While условие ($a < 4$)

инструкции

Loop

Пока условие ложно, цикл выполняется:

Do Until условие ($a = 4$)

инструкции

Loop

- **Цикл с постусловием (b.)**

Цикл выполняется, пока условие истинно:

Do

инструкции

Loop While условие ($a < 4$)

Цикл выполняется, пока условие ложно:

Do

инструкции

Loop Until условие ($a \geq 4$)

Задание начальных значений a и b в программном коде предлагается делать одним из трёх способов:

1. Непосредственно в теле программы.

a = 1

b = -1

2. Считывание содержимого ячеек.

a = Cells(1,1)

b = Cells(1,2)

3. Ввод с помощью формы **InputBox**.

InputBox("a")

InputBox("b")

Вывод значения переменной b предлагается делать одним из двух способов:

1. Присваивание ячейке искомого значения.

Cells(1,3) = b

2. Ввод с помощью формы **MsgBox**.

MsgBox("a")

MsgBox("b")

Задание 6.

1. Используя VBA, написать пользовательскую функцию двух аргументов $f(x, y)$ (UDF-функцию) для выполнения расчётов в MS Excel:

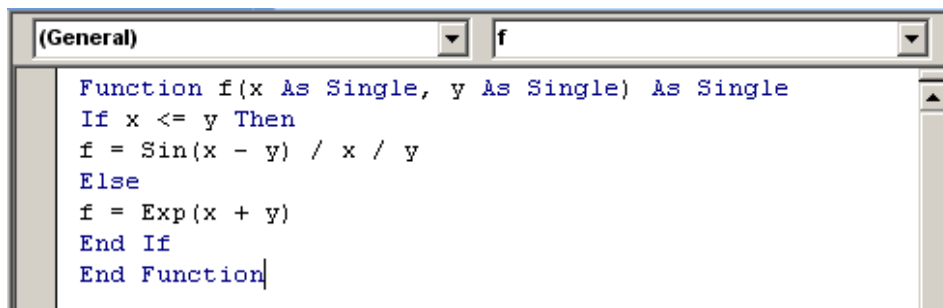
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x-y)}{xy}, & x \leq y, \\ e^{x+y}, & x > y. \end{cases} \quad (2 \text{ балла});$$

2. Вычислить значения $f(-1,4;9,1)$ и $f(7;5,7)$ (1 балл).

Решение**Алгоритм создания пользовательских функций на VBA**

Создание пользовательских функций или, как их иногда еще называют, UDF-функций (User Defined Functions) принципиально не отличается от создания макроса в обычном программном модуле. Разница только в том, что макрос выполняет последовательность действий с объектами книги (ячейками, формулами и значениями, листами, диаграммами и т.д.), а пользовательская функция - только с теми значениями, которые мы передадим ей как аргументы (исходные данные для расчета).

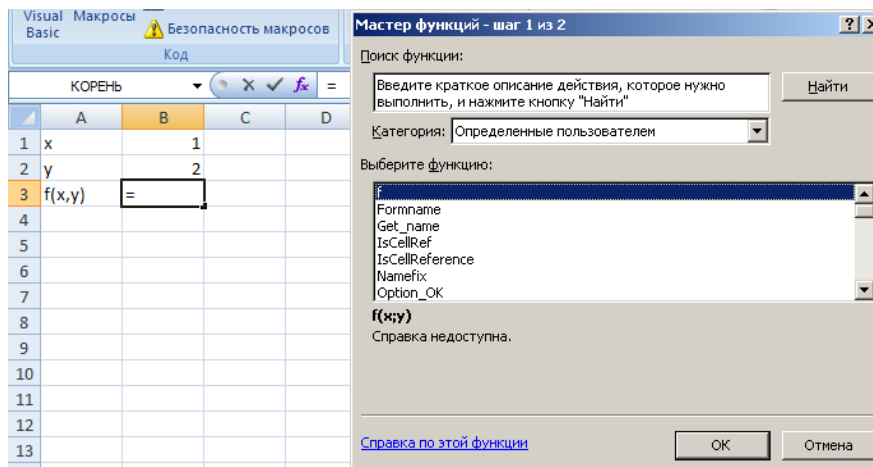
Чтобы создать пользовательскую функцию $f(x, y)$, откройте редактор VBA через меню Сервис - Макрос - Редактор Visual Basic, добавьте новый модуль через меню Insert – Module и введите туда текст функции:



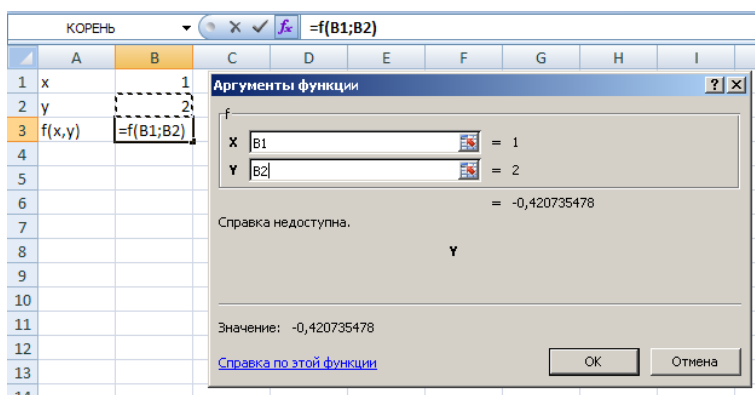
```
(General) f
Function f(x As Single, y As Single) As Single
If x <= y Then
f = Sin(x - y) / x / y
Else
f = Exp(x + y)
End If
End Function
```

Обратите внимание, что в отличие от макросов функции имеют заголовок Function вместо Sub и непустой список аргументов (в нашем случае это x и y).

После ввода кода функция f становится доступна в обычном окне Мастера функций (меню Вставка - Функция) в категории Определенные пользователем:



После выбора функции выделите ячейки с аргументами как в случае с обычной функцией:



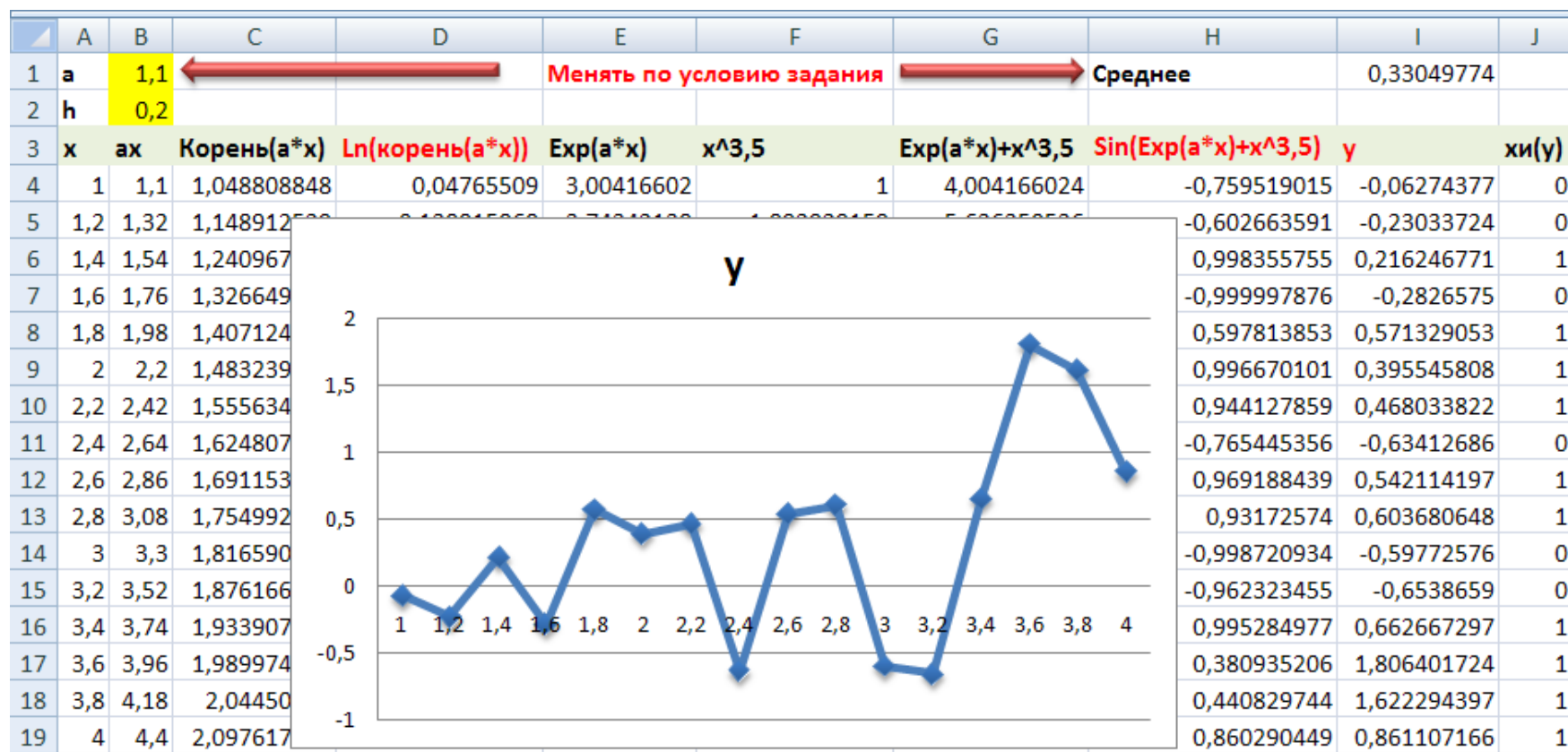
Задание 7. При заданном значении параметра $a = 3,5$ на отрезке изменения независимой переменной x $[1; 4]$ с шагом $h = 0,2$:

1. составить таблицу значений функции $y(x) = \frac{\ln \sqrt{ax}}{\sin(e^{ax} + x^{3,5})}$ (1 балл) (**БОНУС! UDF-функция: +5 баллов**);

По полученным данным

2. построить график функции $y(x)$ на отрезке $[1; 4]$ с подписями значений по оси X (1 балл);
3. для каждого значения y построить функцию $\chi(y) = \begin{cases} 1, & \text{если } y > 0, \\ 0, & \text{если } y \leq 0 \end{cases}$ (1 балл);
4. найти средние значения $y(x)$ на отрезке $[1; 4]$ для параметров $a = 3,5$ и $a = 1,1$ (1 балл).

Решение:



Формулы:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	a	3,5	←	←	←	←	←	←	←	←
2	h	0,2								
3	x	ax	Корень(a*x)	Ln(корень(a*x))	Exp(a*x)	x^3,5	Exp(a*x)+x^3,5	Sin(Exp(a*x)+x^3,5)	y	хи(y)
4	1	=A4*\$B\$1	=КОРЕНЬ(B4)	=LN(C4)	=EXP(B4)	=СТЕПЕНЬ(A4;3,5)	=E4+F4	=SIN(G4)	=D4/H4	=ЕСЛИ(I4>0;1;0)
5		=A4+\$B\$2								
6										
7										

Задание 8. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 9, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -1, \\ -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases} \quad (1 \text{ балл}).$$

Решение:

	A	B	C	D	E	F
1		1	-2	3		9
2	A	2	1	-1	B	-1
3		-3	2	3		1
4						
5		0,15625	0,375	-0,03125		1
6	A⁽⁻¹⁾	-0,09375	0,375	0,21875	X	-1
7		0,21875	0,125	0,15625		2

	A	B	C	D	E	F
1		1	-2	3		9
2	A	2	1	-1	B	-1
3		-3	2	3		1
4						
5		=МОБР(B1:D3)	=МОБР(B1:D3)	=МОБР(B1:D3)		=МУМНОЖ(B5:D7;F1:F3)
6	A⁻¹				X	
7		F2, Ctrl+Shift+Enter				F2, Ctrl+Shift+Enter

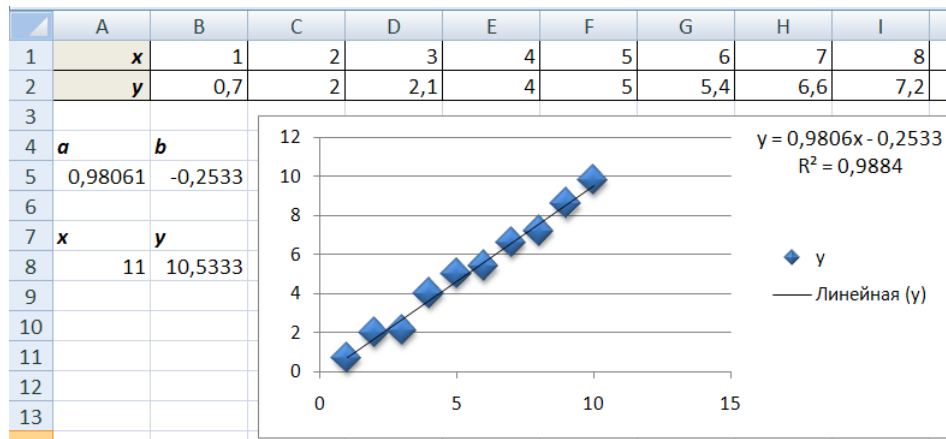
Задание 9. По эмпирическим данным, приведённым в таблице:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0,7	2	2,1	4	5	5,4	6,6	7,2	8,6	9,8

1. построить линию тренда, указав уравнение линейной зависимости на диаграмме и величину достоверности аппроксимации **R²** (1 балл);
2. сделать прогноз, взяв в качестве аргумента **x = 11** (1 балл).

Решение:

Информатика. Образец выполнения заданий по экзаменационному билету



	A	B
1	x	1
2	y	0,7
3		
4	a	b F2, Ctrl+Shift+Enter
5	=ЛИНЕЙН(B2:K2;B1:K1)	ЛИНЕЙН(диапазон; диапазон)
6		
7	x	y
8	11	=ПРЕДСКАЗ(A8;B2:K2;B1:K1)

Формат линии тренда

Параметры линии тренда

Цвет линии
Тип линии
Тень

Построение линии тренда (аппроксимация и сглаживание)

- Экспоненциальная
- Линейная
- Логарифмическая
- Полиномиальная Степень: 2
- Степенная
- Линейная фильтрация Точки: 2

Название аппроксимирующей (сглаженной) кривой

- автоматическое: Линейная (y)
- другое:

Прогноз

вперед на: 0,0 периодов
назад на: 0,0 периодов

пересечение кривой с осью Y в точке: 0,0

показывать уравнение на диаграмме

поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2)

Закреть

Задание 10. Начисления процентов по банковскому депозиту со сложной процентной ставкой $r_1 = 1\%$ годовых производятся в конце каждого месяца. Используя процедуру MS Excel «Подбор параметра», определить:

- какую сумму P_1 необходимо положить в банк при той же процентной ставке $r_1 = 1\%$, чтобы через год получить $F_1 = 10$ тыс. руб. (1 балл);
- принимая за первоначальный размер вклада сумму P_1 , полученную в предыдущей задаче, определить процентную ставку r_2 по депозиту, для получения через год суммы в размере $F_2 = 11$ тыс. руб. (1 балл).

Решение:

	A	B
1	ставка в год	0,01
2	ставка в месяц	=B1/12
3	P	0
4	январь	=B3
5	февраль	=B4+B4*\$B\$2
6	март	
7	апрель	
8	май	
9	июнь	
10	июль	
11	август	
12	сентябрь	
13	октябрь	
14	ноябрь	
15	декабрь	
16	январь	

	A	B	C	D	E
1	ставка в год	1,00%			
2	ставка в месяц	0,08%			
3	P	- р.			
4	январь	- р.			
5	февраль	- п.			
6	март				
7	апрель				
8	май				
9	июнь				
10	июль				
11	август				
12	сентябрь				
13	октябрь	- р.			
14	ноябрь	- р.			
15	декабрь	- р.			
16	январь	- р.			

	A	B	C	D	E
1	ставка в год	1,00%			
2	ставка в месяц	0,08%			
3	P	9 900,54р.			
4	январь	9 900,54р.			
5	февраль	9 999,75р.			
6	март	10 099,00р.			
7	апрель	10 198,25р.			
8	май	10 297,50р.			
9	июнь	10 396,75р.			
10	июль	10 496,00р.			
11	август	10 595,25р.			
12	сентябрь	10 694,50р.			
13	октябрь	10 793,75р.			
14	ноябрь	10 893,00р.			
15	декабрь	10 992,25р.			
16	январь	11 091,50р.			

	A	B	C	D	E
1	ставка в год	1,00%			
2	ставка в месяц	0,08%			
3	P	9 900,54р.			
4	январь	9 900,54р.			
5	февраль				
6	март				
7	апрель				
8	май				
9	июнь				
10	июль				
11	август	9 958,44р.			
12	сентябрь	9 966,74р.			
13	октябрь	9 975,04р.			
14	ноябрь	9 983,35р.			
15	декабрь	9 991,67р.			
16	январь	10 000,00р.			

Подбор параметра

Установить в ячейке: B16

Значение: 11000

Изменяя значение ячейки: \$B\$1

OK Отмена



	A	B	C	D	E
1	ставка в год	10,58%			
2	ставка в месяц	0,88%			
3	P	9 900,54р.			
4	январь				
5	февраль				
6	март				
7	апрель				
8	май				
9	июнь				
10	июль				
11	август	10 527,78р.			
12	сентябрь	10 620,58р.			
13	октябрь	10 714,19р.			
14	ноябрь	10 808,62р.			
15	декабрь	10 903,89р.			
16	январь	11 000,00р.			

Результат подбора параметра

Подбор параметра для ячейки B16.
Решение найдено.

Подбираемое значение: 11000
Текущее значение: 11 000,00р

Шаг
Пауза
OK Отмена